CARRERA DE INGENIERIA QUÍMICA
PROPEDÉUTICO MATERIAL DE APOYO DE ÁLGEBRA
Fís. Carlos Javier Martínez Gómez
IQ. Andrea Hernández Fernández
IQ. Ivonne Edith Martínez Juárez

El siguiente material tiene el propósito de que al revisarlo usted pueda manejar varias propiedades y notaciones utilizadas en las diversas asignaturas de la carrera de Ingeniería Química a la que usted recientemente ingreso.

1.-Cuando se desarrolla una fracción cuyo denominador puede ser descompuesto en diferentes números y suponiendo que un número se repite, se recomienda considerar que esta es una cadena de diversos eslabones y se debe hacer la cadena más larga con eslabones diferentes. Para garantizar la realización de la operación.
Cada figura representa un número así.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2*2}+\frac{1}{3*2}=\frac{1*2*3+3+2}{2*2*3}$$

○ ○○ □○ ○✕○✕□

$$=\frac{6+3+2}{12}=\frac{11}{12}$$

2.-

$$\frac{3}{4}-\frac{5}{2}+\frac{1}{7}=\frac{3}{2*2}-\frac{5}{2}+\frac{1}{7}=\frac{21-70+4}{2*2*7}=\frac{-45}{28}$$

○*○ ○*△ ○✕○✕△

3.-Para resolver una suma constituida de varias fracciones puede resolverse primero sumando dos números y luego se desarrolla con el restante.

$$\frac{3}{9}+\frac{6}{4}+2;$$

Desarrollando los dos primeros

$$\frac{3}{9}+\frac{6}{4}=\frac{3}{3*3}+\frac{6}{2*2}=\frac{3*2*2+6*3*3}{3*3*2*2}=\frac{12+54}{36}=\frac{66}{36}=\frac{11*\cancel{6}}{6*\cancel{6}}=\frac{11}{6}$$

$$=\frac{11}{6}+2=\frac{11}{6}+\frac{2}{1}=\frac{11+12}{6}=\frac{23}{6}$$

Tip: Para realizar la suma entre números mixtos el entero se asume como fracción colocando un 1 en el denominador.

A+B+C Haga
A+B =D y resuelva D+C

4.-Tip: Para resolver el cociente entre dos cocientes se recurre al trillado lema: medios con medios, extremos con extremos. Así se señalarán los productos establecidos.

$$\frac{\frac{a^2-1}{a}}{\frac{a^3-1}{5a^2}} =$$

$\frac{5a^4-5a^2}{a^4-a} =$ Así que podemos factorizar;

$$\frac{5a^4-5a^2}{a^4-a} = \frac{a^2(5a^2-5)}{a(a^3-1)} = \frac{(5a^2)(a+1)(a-1)}{a(a^3-1^3)}$$

$$\frac{a^2(5a^2-5)}{a(a^3-1)} = \frac{a(5a^2-5)}{(a^3-1)} = \frac{5a*\cancel{a}(a+1)\cancel{(a-1)}}{\cancel{a}\cancel{(a-1)}(a^2+a+1)} = \frac{5a(a+1)}{(a^2+a+1)}$$

5.- Una diferencia de cubos puede ser dividida por el factor negativo y proponer todos los términos del polinomio a dividir, así que:

$$\begin{array}{r|l} & a^2+a+1 \\ \hline a-1 & a^3+0a^2+0a-1 \\ & -a^3+a^2 \\ \hline & 0+a^2+0a \\ & -a^2+a \\ \hline & 0+a-1 \\ & -a+1 \\ \hline & 0+0 \end{array}$$

6.- Desarrollo del Binomio

$(x+y)^1 = x+y$
$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$
$(x+y)^3 = x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

Observa que la suma de las potencias siempre es la potencia del binomio en la cual una de ella es creciente y la otra es decreciente, si sólo consideramos los coeficientes tendríamos:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

Que es el triángulo de pascal

Intenta el de orden 4 sin desarrollarlo como producto.

7.- $(t^2+z)^3 =$

$$
\begin{array}{l}
t^2+z \\
\underline{t^2+z\qquad} \\
t^4+t^2z \\
\underline{\quad t^2z+z^2} \\
t^4+2\,t^2z+z^2 \\
\underline{t^2+z\qquad\qquad} \\
t^6+2t^4z+\,t^2\,z^2 \\
\underline{\quad t^4z+2t^2z^2+z^3} \\
t^6+3\,t^4z+3\,t^2z^2+z^3
\end{array}
$$

Tip. Recuerda el producto de conjugados resulta una diferencia de cuadrados.

8.- $(3x^2+5y)(3x^2-5y) = (3x^2)^2 - (5y)^2$

$$
\begin{array}{l}
3x^2+5y \\
\underline{3x^2-5y\qquad\qquad} \\
9x^4 + 15x^2y \\
\underline{\qquad\quad -15x^2y-25y^2} \\
9x^4+0\,x^2y-25y^2
\end{array}
$$

Un problema frecuente en algebra es factorizar, encontrar los elementos que reproducen en producto una expresión algebraica el procedimiento común seria considerar un factor lineal.
$x - 5 = 0$
Y de aquí a la solución le llamamos raíz $x= 5$

9.- El despeje da idea de cuál puede ser al menos en aproximación el que reproduce la expresión. Así para una expresión cuadrática sin término lineal tenemos.

$x^2 - 9 = 0$ ó $x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$
Entonces igualando a cero

$X-3 = 0$ $\qquad$ $x + 3 = 0$

Serían los factores del polinomio $x^2 - 9$ realizando las divisiones

$$
\begin{array}{r|l}
 & x + 3 \\
\hline
x - 3 & x^2 + 0x - 9 \\
 & \underline{-x^2 + 3x} \\
 & 0 + 3x - 9 \\
 & \underline{\quad -3x + 9} \\
 & \qquad 0
\end{array}
$$

Podemos ahora concluir que $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

Y siempre tendremos en cuenta que la raíz n – ésima puede ser factor de:

$x^n - a^n = 0$

$x = a$ ó $x - a$

10.- Descomponer en factores: a^4-2^4

La raíz n-ésima del último término puede ser la raíz

$a = \sqrt[4]{2^4} = 2$

$$
\begin{array}{r|l}
 & a^3+2a^2+4a+2 \\
\hline
a-2 & a^4+0a^3+0a^2+0a-2^4 \\
 & \underline{-a^4+2a^3} \\
 & 2a^3+0a^2 \\
 & \underline{-2a^3+4a^2} \\
 & 4a^2+0a \\
 & \underline{-4a^2+8a} \\
 & 8a-16 \\
 & \underline{-8a+16} \\
 & 0
\end{array}
$$

Así, a^4-2^4 puede ser escrita;

$(a-2)(a^3+2a^2+4a+8)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & a^2+4 \\
\hline
a+2 & a^3+2a^2+4a+8 \\
 & \underline{-a^3-2a^2} \\
 & 0+0+4a+8 \\
 & \underline{-4a-8} \\
 & 0+0
\end{array}
$$

$a^4-2^4=(a-2)(a+2)(a^2+4)=(a^2-2^2)(a^2+2^2)=(a^2-4)+(a^2+4)$

11.- Resolver la siguiente fracción.

Observando que es una diferencia de cuadrados la fracción se puede descomponer como:

$$\frac{1}{y-2}=\frac{2y+1}{y^2-4}=\frac{(2y+1)}{(y+2)(y-2)}$$

$$1=\frac{(2y+1)\cancel{(y-2)}}{(y+2)\cancel{(y-2)}}$$ eliminando

$y+2=2y+1$

$2-1=2y-y$

$1=y$

12.- Resolver:

$$-\left(\frac{x}{x-3}+\frac{7}{x-3}\right)=3$$

Si agrupamos por tener el mismo denominador

$$\left(\frac{x+7}{x-3}\right)=-3$$

$x+7=-3\,(x-3)$

$x+7=-3x+9$

$x+3x=9-7=2$

$4x=2$

$x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

13.- Para poder resolver este problema se debe descomponer el polinomio x^2-9 al escribir x^2-3^2 .

$$\frac{3}{x^2-9}+\frac{4}{x-3}=\frac{2x}{(x-3)(x+3)}$$

$$\frac{3}{(x+3)(x-3)}+\frac{4}{(x-3)}=\frac{2x}{(x-3)(x+3)}$$

$$\frac{3+4(x+3)}{(x+3)(x-3)}=\frac{2x}{(x-3)(x+3)}$$

$$3+4x+12=2x\frac{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+3)}}$$

$15=-2x$

$$x=-\frac{15}{2}$$

ECUACIÓN CUADRÁTICA

14.- $\frac{z}{z-3}=\frac{z}{z+3}-2$

Agrupamos variables

$$\frac{z}{z-3}-\frac{z}{z+3}=-2$$

$$\frac{z(z+3)-z(z-3)}{(z-3)(z+3)}=-2$$

$z^2+3z-z^2+3z=-2(z-3)(z+3)$

$6z=-2\,(z^2-9)$

$-2z^2-6z+18=0$

Dividiendo entre -2 se obtiene:

$z^2 + 3z - 9 = 0$

Cuya solución es;

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(-9)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+36}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9*5}}{2} = \frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{3(-1 \pm \sqrt{5})}{2}$$

DESPEJES

El objetivo es dejar sola la variable establecida.

15.- Encontrar el valor de x.

$$\frac{6}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{1} = \frac{9}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{1}$$

$$\frac{6 + (\sqrt{x})(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} = \frac{9 - 2\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$6 + x = 9 - 2x$$
$$6 - 9 = -2x - x$$
$$-3 = -3x$$
$$x = 1$$

16.- Encontrar n en la ecuación.

$a_n = a_0(n-1)d$

$a_n - a_0 = (n-1)d$

$$\frac{a_n - a_0}{d} = n - 1$$

$$n = \frac{a_n - a_0}{d} + 1$$

17.- Encontrar y en la ecuación

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y = -\frac{m(x - x_1)}{y_1}$$

18.- Encontrar m_2 en la ecuación.

$$F = g\left(\frac{m_1 m_2}{r^2}\right)$$

$$F = \frac{g m_1 m_2}{r^2}$$

$$Fr^2 = g m_1 m_2$$

$$m_2 = \frac{Fr^2}{g m_1}$$

19.- Encontrar c_2.

$$c = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}}$$

$$\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} = \frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{c_2} = \frac{1}{c} - \frac{1}{c_1} = \frac{c_1 - c}{c * c_1}$$

$$C2 = \frac{c * c_1}{c_1 - c}$$

20.- Encontrar h.

$$A = 2(hL + Lw + hw)$$

$$A = 2hL + 2Lw + 2hw$$

$$A - 2Lw = 2hL + 2hw$$

$$A - 2Lw = 2h(L + w)$$

$$h = \frac{A - 2Lw}{2(L + w)}$$

RADICALES

21.- $2a\sqrt[3]{27x^3}y + 3b\sqrt[3]{8x^3y} - 6c\sqrt[3]{-x^3y} =$

$$2a(3^3x^3y)^{1/3} + 3b(2^3x^3y)^{1/3} - 6c((-x)^3y)^3$$

Solo salen en productos múltiplos de 3 así;

$$2a(3x)\left(y^{1/3}\right) + 3b(2x)\left(y^{1/3}\right) - 6(-x)\left(y^{1/3}\right)$$

$$6ax(y^{1/3}) + 6bx(y^{1/3}) + 6cx(y^{1/3})$$

Factorizando

$$6xy^{1/3}\,(a + b + c)$$

22.- Los problemas de radicales también se pueden resolver por un cambio de variable $a = \sqrt{x}$

$$\frac{6}{a} - \frac{9}{a} = -2a - a = -3a$$

$$\frac{6-9}{a} = \frac{-3}{a} = -3a$$

$$a^2 = \frac{-3}{3} = 1$$

$$a = 1\,;\ \sqrt{x} = 1$$

$$x = 1$$

23.- $\frac{1}{3\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{-5}{\sqrt{x}-1}$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) + 3\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) = -5\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{3} + 3\right) = \frac{-5}{\sqrt{x}-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{-5}{\sqrt{x}-1}$$

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{-\cancel{5}*3}{\cancel{5}*2}$$

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{-3}{2}$$

$$2\left(\sqrt{x}-1\right) = -3\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x} - 2 = -3\sqrt{x}$$

$$5\sqrt{x} = 2$$

$$x = \frac{4}{25}$$

SISTEMA DE ECUACIONES

24.- Se tienen 2 mezclas con diversas concentraciones de un elemento, la mezcla "a" con el 35% y la "b" con 60%. Se va a producir otra pieza que con tiene el 50% de oro y que pesa 100 g.

A + B = 100 ⟶ La cantidad total de lo formado.

0.35 A + 0.60 B=50 ⟶ La contribución en % del total formado.

$$\Delta T = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0.35 & 0.6 \end{vmatrix}$$

$$\Delta T = (1 \times 0.6) - (1 \times 0.35)$$

$$\Delta T = 0.25$$

$$\Delta A = \begin{vmatrix} 100 & 1 \\ 50 & 0.6 \end{vmatrix}$$

$$\Delta A = (100 \times 0.6) - (50 \times 1)$$

$$\Delta A = 10$$

$$\Delta B = \begin{vmatrix} 1 & 100 \\ 0.35 & 50 \end{vmatrix}$$

$$\Delta B = (50 \times 1) - (0.35 \times 100)$$

$$\Delta B = 15$$

$$A = \frac{\Delta A}{\Delta T} = \frac{10}{0.25} = 40$$

$$B = \frac{\Delta B}{\Delta T} = \frac{15}{0.25} = 60$$

MINIMOS CUADRADOS

25 .- Se requiere determinar la ecuación que gobierna la disolución de un compuesto en una cantidad fija de solvente los datos son los siguientes:

x (gr)	y (gr) disueltos	x * y	X^2	Y^2
25	3	75	625	9
40	5	200	1600	25
60	6	360	3600	36
75	7	525	5625	49
90	9.2	828	8100	84.64
120	11	1320	14400	121
150	14	2100	22500	196
560	**55.2**	**5408**	**56450**	**520.64**

Determine la ecuación

$$\begin{bmatrix} \Sigma x^2 & \Sigma x \\ \Sigma x & n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma xy \\ \Sigma y \end{pmatrix}$$

A= 1.0736

B=0.08515

Y(x=70) =7.0342

r=

INTERPOLACIÓN

26.- Que valor se espera para x=70. Interpolado o por la ecuación.

x	y
60	6
70	**INTERPOLADO=6.6**
75	7

---

27 .- Obtenga la ecuación que relaciona las siguientes variables

x	y	ln y
2	30	4.4011
3	70	4.2484
4	600	6.3969
5	1700	7.4383
6	9400	9.1484

r=0.9927
B=1.46845
A=0.25282

$Lny = Bx + A$
$y = e^{Bx+A} = (e^{A})(e^{Bx})$
$y = A\,(e^{Bx})$

B=1.46845
A=0.25282

$(e^{0.25282}) = 1.28765$